Zied GHARBI

Université Lumière Lyon2

Correction TD1 - Probabilités
Licence 1 MIASHS

Exercice 1

Un sachet contient 2 bonbons à la menthe, 3 à l'orange et 5 au citron. On tire, au hasard, un bonbon du sachet et on définit les événements suivants :

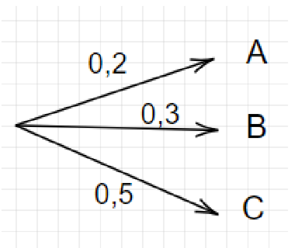
- ⋆ A : "le bonbon est à la menthe".
- ⋆ B : "le bonbon est à l'orange".
- ⋆ C : "le bonbon est au citron".

1. Détermine les probabilités $P(A)$ puis $P(B)$ et $P(C)$.

   Comme le bonbon est tiré au hasard, alors chaque bonbon a la même chance d'être tiré. Le nombre d'issues possibles est de $card(\Omega) = 10$, $(card(A) + card(B) + card(C) = 2 + 3 + 5 = 10)$.

   - L'événement A est constitué de deux issue favorables, on a donc : $P(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{2}{10}$
   - L'événement B est constitué de trois issue favorables, on a donc : $P(B) = \frac{card(B)}{card(\Omega)} = \frac{3}{10}$
   - L'événement C est constitué de cinq issue favorables, on a donc : $P(C) = \frac{card(C)}{card(\Omega)} = \frac{5}{10}$

2. Représente l'expérience par un arbre pondéré (on fait figurer sur chaque branche la probabilité associée).



$\sum P(E_i) = P(A) + P(B) + P(C) = 0.2 + 0.3 + 0.5 = 1$

Exercice 2

Un jeu de 32 cartes à jouer est constitué de quatre « familles » : trèfle et pique, de couleur noire ; carreau et cœur, de couleur rouge. Dans chaque famille, on trouve trois « figures » : valet, dame, roi. On tire une carte au hasard dans ce jeu de 32 cartes.

Quelle est la probabilité des événements suivants :

1. La carte tirée est une dame.

   Dans un jeu de 32 cartes, il y a 4 dames, soit 4 possibilités, ou cas favorables, pour l'événement "A".
   Le nombre de cas possibles est égal au nombre total de cartes, soit $card(\Omega) = 32$.

   D'où $P(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$

2. La carte tirée est une figure rouge.

   Dans un jeu de 32 cartes, il y a 3 figures carreaux et 3 figures cœurs, 6 possibilités, ou cas favorables, pour l'événement B.

   D'où $P(B) = \dfrac{card(B)}{card(\Omega)} = \dfrac{6}{32} = \dfrac{3}{16}$

3. La carte tirée n'est pas une figure rouge.

   L'événement C est l'événement contraire de B.

   Donc $P(C) = 1 - P(B) = 1 - \dfrac{3}{16} = \dfrac{16-3}{16} = \dfrac{13}{16}$

Exercice 3

On considère les événements suivants :

- ⋆ A : "être étudiant"
- ⋆ B : "avoir moins de 25 ans"

Traduire en terme de probabilités :

1. Le fait d'être étudiant et d'avoir moins de 25 ans. $P(A \cap B)$
2. Le fait d'être étudiant ou d'avoir moins de 25 ans. $P(A \cup B)$
3. Le fait d'avoir moins de 25 ans et d'être non étudiant. $P(B \cap \bar{A})$
4. Le fait d'avoir au moins de 25 ans et d'être non étudiant. $P(\bar{B} \cap \bar{A})$

Exercice 4

Une urne contient 20 boules numérotées de 1 à 20. On tire une boule au hasard.
On note les événements suivants :

- ⋆ A : "le numéro sorti est un multiple de 3".
- ⋆ B : "le numéro sorti est strictement supérieur à 5.

Calculer : $P(A)$, $P(B)$, $P(\bar{A})$, $P(\bar{B})$, $P(\bar{A} \cap \bar{B})$, $P(A \cap \bar{B})$ et $P(\bar{A} \cup \bar{B})$.

- $P(A) = \dfrac{card(A)}{card(\Omega)} = \dfrac{6}{20}$ car card(Ω)=6 et les multiples de 3 sont $\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$
- $P(B) = \dfrac{card(B)}{card(\Omega)} = \dfrac{15}{20}$ car card(Ω)=15 et les valeurs > 5 sont $\{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \dfrac{6}{20} = \dfrac{20-16}{20} = \dfrac{14}{20}$
- $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \dfrac{15}{20} = \dfrac{20-15}{20} = \dfrac{15}{20}$
- $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \dfrac{4}{20}$ car les multiples de 3 sont $\{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20\}$ et les valeurs ≤ 5 sont $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. L'inteersection donne l'ensemble $\{1, 2, 4, 5\}$
- $P(A \cap \bar{B}) = \dfrac{1}{20}$ car les multiples de 3 et ≤ 5 sont $\{3\}$
- $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A}) + P(\bar{B}) - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \dfrac{14}{20} + \dfrac{1}{4} - \dfrac{4}{20} = \dfrac{14+5-4}{20} = \dfrac{15}{20}$